Solução dos exercícios do capítulo 1, pp. 13-14

Exercício 1.

$$p_1 = p_0 V_0^{5/3} V_1^{-5/3}$$

$$W_{A\to B} = \int_{V_0}^{V_1} p dV = p_0 V_0^{5/3} \int_{V_0}^{V_1} V^{-5/3} dV = -\frac{3}{2} p_0 V_0^{5/3} \{V_1^{-2/3} - V_0^{-2/3}\}$$

$$W_{A\to B} = \frac{3}{2}(p_0 V_0 - p_1 V_1) > 0$$

Como a expansão é adiabática, $Q = 0$, então $\Delta U = -W_{A\to B} < 0$. O gás teve sua energia interna diminuída pois $\Delta U < 0$.

Exercício 2.

$A \to B \to C$ $\qquad U_C - U_A = Q - W_{A\to B} = Q - \frac{3}{2}(p_0 V_0 - p_1 V_1)$

$A \to C$ $\qquad U_C - U_A = Q_{A\to C} - W_{A\to C} = Q_{A\to C} - p_0(V_1 - V_0)$

Logo $\qquad Q_{A\to C} = p_0(V_1 - V_0) + Q - \frac{3}{2}(p_0 V_0 - p_1 V_1)$

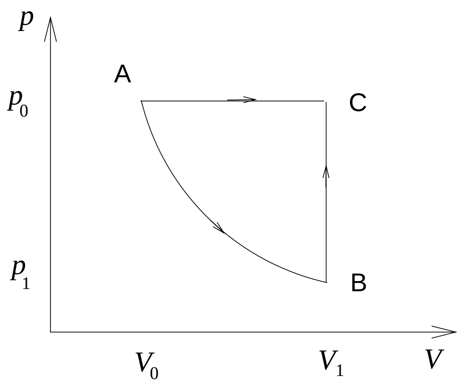

Figure 1: Exercícios 1 e 2.

Exercício 3.

Como os estados A e B pertencem a uma adiabática então $Q_{A\to B} = 0$ e $U_B - U_A = -W_{A\to B}$, ou

$$W_{A\to B} = U_A - U_B = \frac{3}{2}p_A V_A - \frac{3}{2}p_B V_B$$

Como os estados B e C têm o mesmo volume, então $W_{B\to C} = 0$ e $U_C - U_B = Q_{B\to C}$. Mas $U_C = U_A$. Logo

$$Q_{B\to C} = U_A - U_B = \frac{3}{2}p_A V_A - \frac{3}{2}p_B V_B$$

Ao longo do caminho $A \to C$ a variação de energia é zero de modo que $Q_{A\to C} = W_{A\to C}$. Basta determinar o trabalho. Para isso usamos a propriedade pV =constante. Escrevendo $pV = p_A V_A$ temos

$$W_{A\to C} = \int_{V_A}^{V_C} p dV = p_A V_A \int_{V_A}^{V_C} V^{-1} dV = p_A V_A \ln \frac{V_C}{V_A}$$

ou

$$W_{A\to C} = p_A V_A \ln \frac{V_B}{V_A}$$

pois $V_C = V_B$.

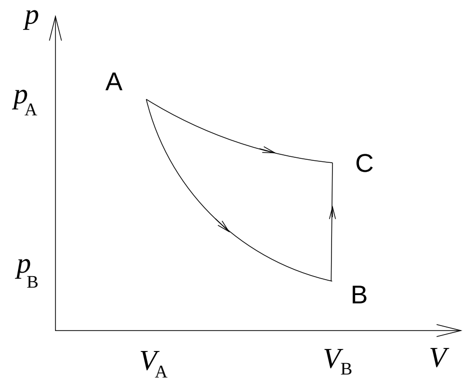

Figure 2: Exercício 3.

Exercício 4. Derivando a expressão

$$-\int_{V_0}^{V} pdV = \frac{3}{2}pV - \frac{3}{2}p_0V_0$$

relativamente a V, obtemos

$$-p = \frac{3}{2}p + \frac{3}{2}V\frac{dp}{dV} \qquad \rightarrow \qquad \frac{dp}{p} = \frac{5}{3}\frac{dV}{V}$$

$$\ln p = -\frac{5}{3}\ln V + const \qquad \rightarrow \qquad p = KV^{-5/3}$$

Exercício 5. A diferença de energia entre os pontos 2 e 0 é dada por

$$U - U_0 = Q_\mathrm{v} - W_{1\rightarrow 2}$$

pois o calor de $0 \rightarrow 1$ é nulo e o trabalho de $1 \rightarrow 2$ é nulo. Mas o trabalho

$$W_{1\rightarrow 2} = \int_{V_0}^{V} pdV = p_0V_0^{5/3}\int_{V_0}^{V} V^{-5/3}dV = \frac{3}{2}p_0V_0^{5/3}(V_0^{-2/3} - V^{-2/3}) =$$

$$= \frac{3}{2}(p_0V_0 - p_0V_0^{5/3}V^{-2/3}) = \frac{3}{2}(p_0V_0 - p_1V)$$

Logo

$$U - U_0 = \frac{3}{2}(p - p_1)V - \frac{3}{2}(p_0V_0 - p_1V) = \frac{3}{2}(pV - p_0V_0)$$

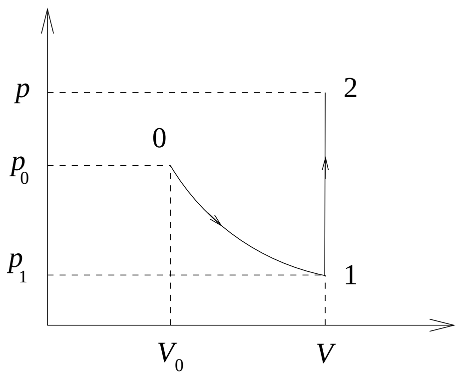

Figure 3: Exercício 5.